

## Lösungen der Aufgaben für die Übungsklausur (18.1.2007)

### Aufgabe 1

- a) Beispiel: Scheidungsrate. Im Zähler steht die Anzahl der Scheidungen während eines Jahres (eine Stromgröße), im Nenner steht die Anzahl der Ehen, die sich in dem Jahr scheiden lassen könnten (eine Bestandsgröße).
- b) Bestandsgrößen: Anzahl der Arbeitslosen an einem Stichtag, Anzahl der Studierenden, die sich in einem Semester an einer Universität eingeschrieben haben.  
Stromgrößen: Anzahl der Geburten während eines Monats, Anzahl der Scheidungen während eines Jahres.
- c) Veränderungsraten:

$t$	$n_t$	$\rho_t$
0	150	-0.40
1	90	0.22
2	110	0.18
3	130	

- d) Die durchschnittliche Veränderungsrate ist

$$(130/150)^{1/3} - 1 = 0.9534 - 1 = -0.0466$$

- e) Die Menge der Personen, die 1980 in Deutschland geboren wurden; die Menge der Personen, die 1990 in Deutschland geheiratet haben; die Menge der Personen, die 2006 mit einem Studium begonnen haben.
- f) Die allgemeine Sterbeziffer ist  $d_t/n_t$ , wobei  $n_t$  die (jahresdurchschnittliche) Anzahl der Bevölkerung und  $d_t$  die Anzahl der im Jahr  $t$  gestorbenen Personen angibt.

### Aufgabe 2

Bei einer Gesamtheit von 20 Personen sind folgende Studiendauern (in Semestern) festgestellt worden: 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 10, 10, 10, 11, 12, 12, 12. Die Verweildauervariable für die Studiendauer wird  $T$  genannt.

- a) Tabelle mit Funktionen:

$t$	$n_t$	$P[T]$	$F[T]$	$G[T]$	$r[T]$
3	1	1/20	1/20	20/20	1/20
4	2	2/20	3/20	19/20	2/19
5	4	4/20	7/20	17/20	4/17
7	2	2/20	9/20	13/20	2/13
8	4	4/20	13/20	11/20	4/11
10	3	3/20	16/20	7/20	3/7
11	1	1/20	17/20	4/20	1/4
12	3	3/20	20/20	3/20	1/1

- b)  $G[T](8) = 11/20$  besagt, dass 11 von 20 Studierenden eine vollendete Studiendauer von mind. 8 Semestern haben.
- c)  $M[T|T \geq 10] = 77/7 = 11$  ist die durchschnittliche Studiendauer derjenigen, die mindestens 8 Semester studiert haben.

### Aufgabe 3

Es sei  $T$  die Dauer der Arbeitslosigkeit (in vollendeten Monaten). Für alle möglichen Dauern  $t = 0, 1, 2, \dots$  sei die Rate  $r[T](t) = 0.05$ .

- a)  $G[T](5) = 0.95^5 = 0.7738$ . D.h. bei etwa 77% der Arbeitslosen beträgt die Dauer der Arbeitslosigkeit 5 oder mehr Monate.
- b) Zu berechnen ist

$$M[T|0 \leq T \leq 5] = \frac{0(1 - 0.95) + 1(0.95 - 0.95^2) + \dots + 5(0.95^5 - 0.95^6)}{(1 - 0.95) + (0.95 - 0.95^2) + \dots + (0.95^5 - 0.95^6)} = \frac{0.6227}{0.2649} = 2.35$$

d.i. die durchschnittliche Arbeitslosigkeitsdauer derjenigen Personen, die nicht länger als 5 Monate arbeitslos sind.

- c)  $P[T](5) = G[T](5) \cdot r[T](5)$ .

#### Aufgabe 4

In einer Sterbetafel finden Sie für die Altersjahre 96 bis 100 die folgenden Angaben für die noch lebenden Personen: 800, 600, 400, 200, 100. Niemand wird älter als 100.

- a) Die Sterberate der 96jährigen ist  $200/800 = 0.25$ .
- b) Die Sterberate der 100jährigen ist 1.
- c) Die fernere Lebenserwartung der 96jährigen ist

$$(96 \cdot 200 + 97 \cdot 200 + 98 \cdot 200 + 99 \cdot 100 + 100 \cdot 100) / 800 - 96 = 97.6 - 96 = 1.6$$

#### Aufgabe 5

Bei einer Gesamtheit von 12 Personen sind folgende Ehedauern (in Jahren) festgestellt worden: 3, 9\*, 8, 4\*, 5, 6, 3, 8\*, 9, 11, 8, 4\*. Die mit einem Sternchen versehenen Angaben sind rechts zensiert. Die infolgedessen nur partiell beobachtete Verweildauervariable für die Ehedauer wird  $T$  genannt.

- a) Tabelle mit Funktionen:

$t$	$e_t$	$z_t$	$R_t$	$r(t)$	$G(t)$	$P(t)$
3	2		12	2/12	1.0000	0.1667
4		2	10	0	0.8333	0.0000
5	1		8	1/8	0.8333	0.1042
6	1		7	1/7	0.7291	0.1042
8	2	1	6	2/6	0.6249	0.2083
9	1	1	3	1/3	0.4166	0.1389
11	1		1	1	0.2777	0.2777

- b) Die durchschnittliche Ehedauer ist ungefähr

$$3 \cdot 0.1667 + \dots + 11 \cdot 0.2777 = 7.6175$$