interpretierbar sein soll, gegenüber Interventionen invariant sein sollten.[42] Allerdings treten zwei Probleme auf. Das erste Problem resultiert aus dem Umstand, dass sich die Invarianzforderung auf Verwendungsmöglichkeiten eines Modells bezieht; sie kann also gar nicht formuliert werden, ohne sich auf einen Verwendungszusammenhang zu beziehen.

Noch wichtiger ist ein zweites Problem, das bei sozialwissenschaftlichen Anwendungen daraus resultiert, dass sich die Modelle auf soziale Prozesse beziehen, an denen Akteure beteiligt sind. Infolgedessen hängen fast immer einige Modellfunktionen davon ab, wie sich die am Prozess beteiligten Akteure verhalten. Insofern können Modelle nicht invariant bzgl. substantieller Interventionen sein. Aber zugleich wird es auch problematisch, die Invarianzforderung auf modale Interventionen zu beziehen; denn solche Interventionen bestehen oftmals gerade darin, Annahmen über Modellfunktionen (die sich auf das Verhalten substantieller Akteure beziehen) zu verändern.

[42] Hausman (1998: chap. 11), Woodward (1999).

Kapitel 8

Modelle für Ereignisse

In diesem Kapitel werden Modelle besprochen, mit denen das Eintreten von Ereignissen – in einzelnen Situationen oder in zeitlichen Folgen von Situationen – erfasst werden kann. Es handelt sich um Varianten funktionaler Modelle (vgl. Abschnitt 5.2), deren Besonderheiten daraus entstehen, dass mithilfe von Ereignisvariablen auf Ereignisse Bezug genommen wird, die in Situationen eintreten können.

Es gibt drei Abschnitte. Im ersten Abschnitt werden der konzeptionelle Ansatz und einfache Modellvarianten, die ohne eine explizite Zeitachse auskommen, dargestellt. Der zweite Abschnitt beschäftigt sich mit Modellen, in denen es explizite Zeitachsen gibt, so dass sich Ereigniswahrscheinlichkeiten und Werte von Kontextvariablen im Verlauf von Situationen verändern können. Im dritten Abschnitt wird besprochen, wie Modelle mit Ereignisvariablen verwendet werden können, um eine dynamische Variante funktionaler Kausalität zu entwickeln, bei der Ursachen als Ereignisse und Wirkungen als Veränderungen von Ereigniswahrscheinlichkeiten betrachtet werden können.

8.1 Situationen und Ereignisse

In diesem Abschnitt wird besprochen, wie Ereignisse durch Variablen erfasst und mithilfe solcher Ereignisvariablen einfache Varianten funktionaler Modelle für Ereignisse, die ohne eine explizite Zeitachse auskommen, gebildet werden können.

1. Ereignisse und Ereignistypen. Wir werden nicht versuchen, einen allgemeinen Ereignisbegriff zu definieren,[1] sondern zunächst nur durch Beispiele andeuten, auf welche Arten von Ereignissen wir uns beziehen wollen: ein Würfel wird geworfen, eine Fensterscheibe zerbricht, ein Kind wird geboren, eine Person wird arbeitslos, zwei Personen heiraten oder lassen sich scheiden. Stets sind in der menschlichen Erfahrungswelt identifizierbare Vorkommnisse gemeint. Vier Aspekte sind wesentlich: An jedem Ereignis ist mindestens ein Objekt beteiligt, bei dem sich etwas verändert, während das Ereignis stattfindet; jedes Ereignis hat eine zeitliche Ausdehnung; oft kann man sagen, dass ein Ereignis früher oder später stattfand als ein anderes Ereignis; Ereignisse können durch Ereignistypen charakterisiert werden.

Wichtig ist insbesondere die Unterscheidung zwischen Ereignissen und Ereignistypen. Ein Ereignis ist ein bestimmtes empirisch identifizierbares Vorkommnis, zum Beispiel das Ereignis, das darin besteht, dass zwei bestimmte Personen heiraten. Ein korrespondierender Ereignistyp wäre ‘heiraten’. Während ein Ereignis nur einmal eintreten kann, kann es viele Ereignisse geben, die sich als Beispiele des gleichen Ereignistyps charakterisieren lassen. Die Charakterisierung eines Ereignisses durch einen Ereignistyp liefert also keine das Ereignis identifizierende Beschreibung. Dass man von Ereignistypen sprechen kann, ist gleichwohl eine wesentliche Voraussetzung, um sich auf *mögliche* Ereignisse beziehen zu können.

2. Ereignisvariablen. Jetzt soll überlegt werden, wie Variablen konzipiert werden können, um Ereignisse und Bedingungen ihres Eintretens zu erfassen. Als Leitfaden soll die Vorstellung dienen, dass man sich auf Situationen beziehen kann, in denen Ereignisse eintreten können (in einer retrospektiven Betrachtung kann dann festgestellt werden, welche Ereignisse tatsächlich eingetreten sind). Um Situationen einer bestimmten Art zu definieren, müssen folgende Angaben gemacht werden.

a) Es muss die Art der Situationen angegeben werden. Zum Beispiel: Es

[1] Auf einige Probleme wurde bereits in Abschnitt 3.2 (§ 4) hingewiesen). Eine gute Orientierung liefert der Beitrag von P. M. S. Hacker (1982).

sollen Situationen betrachtet werden, in denen sich Autofahrer einer Ampel nähern. Oder: Es sollen Situationen betrachtet werden, in denen ein Würfel geworfen wird. Im Folgenden sprechen wir von einer *generischen Situation*, wenn wir uns auf eine (irgendeine) Situation eines bestimmten Typs beziehen.

b) Es muss festgelegt werden, von welcher Art die Ereignisse sind, die in den Situationen eintreten können.[2] Zu diesem Zweck werden *Ereignisvariablen* verwendet, die durch $\dot{E}$ (oder $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \ldots$) bezeichnet werden.[3] Der Wertebereich einer Ereignisvariablen wird durch $\tilde{\mathcal{E}}$ (bzw. $\tilde{\mathcal{E}}_1, \tilde{\mathcal{E}}_2, \ldots$) bezeichnet und hat allgemein die Form

$$\tilde{\mathcal{E}} = \{0, 1, \ldots, m\}$$

Die Elemente $1, \ldots, m$ geben die möglichen Ereignistypen an; um sich nur auf diese Elemente zu beziehen, wird die Bezeichnung $\tilde{\mathcal{E}}^* = \tilde{\mathcal{E}} \setminus \{0\}$ verwendet. Das Element 0 bezeichnet keinen Ereignistyp, sondern ist manchmal erforderlich, um auszudrücken, dass (noch) kein Ereignis eingetreten ist.[4] Bezieht man sich auf Situationen, in denen sich Autofahrer einer Ampel nähern, könnte zum Beispiel eine Ereignisvariable $\dot{E}$ mit dem Wertebereich $\tilde{\mathcal{E}} = \{0, 1, 2\}$ und folgenden Bedeutungen definiert werden: $1 \equiv$ ‘der Autofahrer hält an’ und $2 \equiv$ ‘der Autofahrer hält nicht an’.

Es wird angenommen, dass sich die Ereignistypen, die durch den Wertebereich einer Ereignisvariablen unterschieden werden, wechselseitig ausschließen. Für eine Situation können jedoch zwei oder mehr unterschiedliche Ereignisvariablen definiert werden, so dass Ereignisse in unterschiedlichen Kombinationen eintreten können (Beispiele werden in § 5 und im nächsten Abschnitt besprochen). Insbesondere kann anstelle einer Ereignisvariablen $\dot{E}$ mit einem Wertebereich $\{0, 1, \ldots, m\}$ stets auch eine m-dimensionale Ereignisvariable $(\dot{E}_1, \ldots, \dot{E}_m)$ mit einem Wertebereich $\{0, 1\}^m$ verwendet werden, so dass jede Komponente nur einem Ereignistyp entspricht: $(\dot{E}_j = 1) \equiv (\dot{E} = j)$.

c) Es muss angegeben werden, ob und ggf. wie die Situationen durch weitere Merkmale charakterisiert werden können.[5] Variablen, durch die solche Merkmale erfasst werden, nennen wir *Kontextvariablen*. Wir

[2] Eine Formulierung dieser Art setzt offenbar voraus, dass man sich nicht unmittelbar auf reale Situationen, sondern auf ein Ablaufschema (und ein sich daran anschließendes funktionales Modell) beziehen möchte.

[3] In dieser Formulierung handelt es sich um stochastische Modellvariablen. Analog werden die Notationen $\ddot{E}, \ddot{E}_1, \ddot{E}_2, \ldots$ verwendet, um deterministische Ereignisvariablen zu bezeichnen.

[4] Wenn im Folgenden davon gesprochen wird, dass eine Ereignisvariable *einen bestimmten Wert* annimmt, ist deshalb stets ein Wert ungleich Null, der sich auf einen bestimmten Ereignistyp bezieht, gemeint.

[5] Das ist natürlich nur erforderlich, wenn es sich um Merkmale handelt, die bei den

sprechen von *statischen Kontextvariablen*, wenn sich ihre Werte nicht verändern, während die Situation andauert. Dabei kann es sich um Ereignisvariablen handeln, die in einer früheren Situation einen bestimmten Wert angenommen haben, oder um Zustandsvariablen, wie sie für die Formulierung funktionaler Modelle in Kapitel 5 verwendet wurden. Wenn sich Merkmale einer Situation im Verlauf der Situation verändern können, sprechen wir von *dynamischen Kontextvariablen*. Wie Modelle mit solchen Variablen konstruiert werden können, wird in Abschnitt 8.2 besprochen.

Weitere Überlegungen betreffen die zeitliche Ausdehnung von Situationen. Wir legen die Vorstellung zugrunde, dass eine Situation solange andauert, bis zum ersten Mal ein Ereignis eintritt; sobald dies geschieht, entsteht dadurch eine sich anschließende neue Situation.

Ereignisvariablen haben also nicht immer irgendeinen bestimmten (auf ein Ereignis verweisenden) Wert. Dies unterscheidet sie von *Zustandsvariablen*. Zur Illustration kann das Glühlampenbeispiel aus Abschnitt 5.1 (§ 1) dienen. In diesem Beispiel gibt es drei Zustandsvariablen: $\ddot{Y}$ erfasst den Zustand der Glühbirne (sie leuchtet oder nicht), $\ddot{X}$ erfasst den Zustand des Schalters (er ist offen oder geschlossen), und $\ddot{Z}$ erfasst den Zustand der Batterie (sie kann Strom abgeben oder nicht). Alle drei Variablen haben stets einen bestimmten (substantiell interpretierbaren) Wert. Dagegen gehört zu jeder Ereignisvariablen eine Situation, in der die Variable einen bestimmten Wert annehmen kann (z.B. eine Situation, in der ein Schalter geöffnet oder geschlossen werden kann). Bis dies geschieht, hat die Ereignisvariable keinen bestimmten Wert;[6] und hinterher kann sich ihr Wert nicht mehr verändern, da die Tatsache, dass das Ereignis eingetreten ist, nicht mehr verändert werden kann.

3. Daten über Situationen und Ereignisse. Erst wenn Ereignisse eingetreten sind, kann ihr Eintreten festgestellt und können ihre Eigenschaften ermittelt werden. Die dafür vorauszusetzende retrospektive Betrachtungsweise erlaubt es, dass man sich auch mit statistischen Variablen auf Ereignisse (oder im Kontext von Modellen: auf Ereignisvariablen, die bereits bestimmte Werte angenommen haben) beziehen kann. Im einfachsten Fall entspricht jedem Element ω einer Referenzgesamtheit Ω eine bestimmte Situation, und es gibt eine statistische Variable

$$(X, E) : \Omega \longrightarrow \tilde{\mathcal{X}} \times \tilde{\mathcal{E}}$$

wobei sowohl X als auch E mehrdimensional sein können. $X(\omega)$ gibt die

Situationen unterschiedlich sein können. Andernfalls können sie bei der Definition der Art der Situationen, die betrachtet werden sollen, angegeben werden.

[6] Um formale Vollständigkeit zu erreichen, hat die Ereignisvariable bis dahin den Wert Null. Dieser Wert verweist jedoch nicht auf ein Ereignis, sondern nur darauf, dass ein Ereignis stattfinden kann und bisher noch nicht stattgefunden hat.

Eigenschaften der Situation ω an; $E(\omega)$ gibt an, welches Ereignis in der Situation ω eingetreten ist.

4. Funktionale Ereignismodelle. In einer retrospektiven Betrachtungsweise können Ereignisvariablen als (statistische) Variablen konzipiert werden, die bestimmte Werte haben. In einer prospektiven Betrachtungsweise müssen stattdessen Modelle verwendet werden, mit denen über mögliche Ereignisse nachgedacht werden kann. Solche Modelle können als Varianten funktionaler Modelle (wie sie in Kapitel 5 besprochen wurden) konzipiert werden. Wir verwenden allgemein folgende Definition: Ein *Ereignismodell* ist ein funktionales Modell, bei dem mindestens eine endogene Variable eine Ereignisvariable ist.

Von entscheidender Bedeutung ist, das in Ereignismodellen Funktionen mit einer abhängigen Ereignisvariablen stets temporal zu interpretieren sind. Solche Funktionen legen fest, wie in ihnen korrespondierenden Situationen bestimmte Ereignisse (bestimmte Werte der Ereignisvariablen) entstehen können. Infolgedessen sind Modellvariablen, die von einer Ereignisvariablen funktional abhängen, ebenfalls Ereignisvariablen. Als Beispiel kann folgendes Modell dienen:

$$\ddot{E}_0 \xrightarrow{f_1}\!\!\!\!\rightarrow \dot{E}_1 \xrightarrow{f_2}\!\!\!\!\rightarrow \dot{E}_2 \tag{8.1}$$

Bei der Definition der stochastischen Funktion f_1 ist zu beachten, dass $\dot{E}_1$ erst einen bestimmten Wert annehmen kann, nachdem für $\ddot{E}_0$ ein bestimmter Wert entstanden ist. Wir verwenden deshalb die Formulierung

$$j_0 \longrightarrow \Pr[\dot{E}_1 \,\|\, \ddot{E}_0 = j_0]$$

Der Bedingungsstrich $\|$ wird verwendet, um darauf hinzuweisen, dass sich die bedingte Verteilung auf eine Situation bezieht, in der die hinter dem Bedingungsstrich angegebenen Bedingungen bereits realisierte Sachverhalte sind.[7] Analog wird für die stochastische Funktion f_2 die Formulierung

$$j_1 \longrightarrow \Pr[\dot{E}_2 \,\|\, \dot{E}_1 = j_1]$$

verwendet, um deutlich zu machen, dass ein bestimmter Wert von $\dot{E}_1$ entstanden sein muss, bevor $\dot{E}_2$ einen bestimmten Wert annehmen kann.

5. Modelle für einzelne Situationen. Wir besprechen im Folgenden einige Varianten einfacher Ereignismodelle, bei denen die endogenen Ereignisvariablen stochastisch sind. Im einfachsten Fall bezieht sich das Modell nur auf eine Situation, für die zwei Variablen definiert sind: Eine deterministische Kontextvariablen $\ddot{X}$, mit der relevante Merkmale der Situation erfasst

[7] Die Unterscheidung zwischen mit | oder mit $\|$ gebildeten bedingten Verteilungen betrifft also nur die Bedeutung der Bedingungsrelation. In formaler Hinsicht gibt es keinen Unterschied und es können die gleichen Rechenregeln verwendet werden.

werden,[8] und eine stochastische Ereignisvariable $\dot{E}$ für die in der Situation möglichen Ereignisse. Dann wird eine stochastische Funktion

$$x \longrightarrow \Pr[\dot{E} \,\|\, \ddot{X} = x] \tag{8.2}$$

angenommen, die angibt, wie die Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten von Ereignissen von Werten der Kontextvariablen $\ddot{X}$ abhängen.

Für eine Situation können auch mehrere Ereignisvariablen definiert werden. Sie müssen dann als Komponenten einer mehrdimensionalen Variablen betrachtet werden. Mit zwei Ereignisvariablen $\dot{E}_1$ und $\dot{E}_2$ könnte ein einfacher Modellansatz durch das Bild

$$\ddot{X} \twoheadrightarrow (\dot{E}_1, \dot{E}_2)$$

bzw. die stochastische Funktion

$$x \longrightarrow \Pr[\dot{E}_1, \dot{E}_2 \,\|\, \ddot{X} = x] \tag{8.3}$$

ausgedrückt werden. Wenn angenommen wird, dass sich beide Ereignisvariablen jeweils nur auf einen Ereignistyp beziehen ($\tilde{\mathcal{E}}_1 = \tilde{\mathcal{E}}_2 = \{0, 1\}$), sind folgende Kombinationen möglich:

$\dot{E}_1$	$\dot{E}_2$	
1	0	zuerst tritt das erste Ereignis ein
0	1	zuerst tritt das zweite Ereignis ein
1	1	beide Ereignisse treten gleichzeitig ein
0	0	kein Ereignis tritt ein

Tatsächlich ist der letzte Fall nicht möglich, da die Situation erst abgeschlossen ist, wenn mindestens ein Ereignis eingetreten ist.[9] Das Beispiel zeigt aber, dass bei mehreren Ereignisvariablen mit der Möglichkeit gerechnet werden muss, dass Ereignisse nicht eintreten.

6. Aufeinander folgende Situationen. Bisher wurden Modelle für einzelne Situationen besprochen. Interessante Erweiterungen ergeben sich, wenn man zwei oder mehr Situationen betrachtet, die aufeinander folgen und sich sukzessive bedingen, so dass die Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten von Ereignissen auch davon abhängig sein können, was in früheren Situationen geschehen ist.

Zur Illustration verwenden wir das Schulbeispiel aus Abschnitt 7.2. In diesem Beispiel gibt es zwei aufeinander folgende Situationen σ_1 und σ_2.

[8] Wenn ohne Zusatz von Kontextvariablen gesprochen wird, sind stets statische Kontextvariablen gemeint. Als exogene Variable könnte anstelle einer deterministischen Zustandsvariablen $\ddot{X}$ auch eine deterministische Ereignisvariable verwendet werden. Die Modellsituation beginnt dann damit, dass für diese Ereignisvariable ein bestimmter Wert angenommen wird.

[9] Der gemeinsame Wertebereich ist $(\tilde{\mathcal{E}}_1 \times \tilde{\mathcal{E}}_2)^* = \{(1,0),(0,1),(1,1)\}$.

In der Situation σ_1 wird in Abhängigkeit vom Bildungsniveau der Eltern entschieden, welchen Schultyp der Schüler besuchen soll. Es gibt also eine deterministische Kontextvariable $\ddot{Z}$ mit den Werten 0 (niedriges) und 1 (höheres Bildungsniveau) und eine Ereignisvariable $\dot{E}_1$ mit den Werten

$$\dot{E}_1 = \begin{cases} 1 & \equiv \text{ der Schüler kommt in eine Schule des Typs 1} \\ 2 & \equiv \text{ der Schüler kommt in eine Schule des Typs 2} \end{cases}$$

In der Situation σ_2 besucht der Schüler eine Schule des zuvor entschiedenen Typs und es wird eine Ereignisvariable $\dot{E}_2$ mit den Werten

$$\dot{E}_2 = \begin{cases} 1 & \equiv \text{ die Schule wird nicht erfolgreich abgeschlossen} \\ 2 & \equiv \text{ die Schule wird erfolgreich abgeschlossen} \end{cases}$$

betrachtet. Der Kontext wird jetzt durch das Bildungsniveau der Eltern und den Schultyp bestimmt. Wie dieser Kontext durch Variablen erfasst werden kann, ist jedoch davon abhängig, ob man die Situation isoliert oder als eine nachfolgende Situation (also als Teil eines Prozesses) betrachtet. Bei einer isolierten Betrachtung können das Bildungsniveau der Eltern und der Schultyp durch exogene deterministische Variablen erfasst werden. In folgendem Bild kann man sich an der Variante (a) orientieren.[10]

$$\text{(a)}\quad \begin{tikzcd} \ddot{Z} \arrow[dr, ->>] & \\ & \dot{E}_2 \\ \ddot{E}_1 \arrow[ur, ->>] & \end{tikzcd} \qquad \text{(b)}\quad \begin{tikzcd} \ddot{Z} \arrow[dr, ->>] \arrow[dd, ->>] & \\ & \dot{E}_2 \\ \dot{E}_1 \arrow[ur, ->>] & \end{tikzcd} \tag{8.4}$$

In dieser Variante ist $\ddot{E}_1$ eine deterministische exogene Variable, die den Schultyp angibt.[11] Dagegen ist $\dot{E}_1$ in der Variante (b) eine endogene Variable. Das heißt aber auch, dass sich diese Modellvariante auf zwei aufeinander folgende Situationen bezieht. Für die Situation σ_1 gibt es eine stochastische Funktion

$$z \longrightarrow \Pr[\dot{E}_1 \,\|\, \ddot{Z} = z]$$

die zeigt, wie in dieser Situation Werte von $\dot{E}_1$ entstehen können. Für die folgende Situation σ_2 gibt es dann eine stochastische Funktion

$$(z, j_1) \longrightarrow \Pr[\dot{E}_2 \,\|\, \ddot{Z} = z, \dot{E}_1 = j_1]$$

für deren Definition vorausgesetzt wird, dass ein Ereignis $\dot{E}_1 = j_1$ bereits

[10] Die beiden Varianten entsprechen denjenigen in (7.16) in Abschnitt 7.2.

[11] Da $\ddot{E}_1$ eine Ereignisvariable ist, kann man sich auch eine Situation vorstellen, in der $\ddot{E}_1$ einen bestimmten Wert annimmt. Da $\ddot{E}_1$ eine exogene Variable ist, bildet diese Situation aber keinen Teil des Modells und muss deshalb nicht explizit repräsentiert werden.

eingetreten ist. Das ist möglich, denn sobald eine Ereignisvariable in einer Situation einen bestimmten Wert angenommen hat, kann sie in allen folgenden Situationen als eine Kontextvariable verwendet werden.

7. Welche Situationen können entstehen? Bei dem eben betrachteten Beispiel können sich die Situationen, die auf die Ausgangssituation σ_1 folgen, zwar durch Werte ihrer Kontextvariablen unterscheiden; in allen möglichen Folgesituationen gibt es jedoch die gleiche Ereignisvariable $\dot{E}_2$. Wenn es in einer Situation mehrere Ereignisvariablen gibt, müssen auch Verzweigungen in Betracht gezogen werden.

Zur Illustration verwenden wir ein Beispiel, bei dem sich die Situationen auf nichteheliche Lebensgemeinschaften beziehen. Es gibt zwei Ereignisvariablen: Eine Variable $\dot{E}_1$, die den Wert 1 (wenn das Paar heiratet) oder den Wert 2 (wenn das Paar sich trennt oder einer der Beteiligten stirbt) annehmen kann, und eine Variable $\dot{E}_2$, die den Wert 1 annimmt, wenn eine Schwangerschaft eintritt. Außerdem gibt es eine Kontextvariable $\ddot{Z}$, die die Situationen charakterisiert.[12] In diesem Beispiel hängt die Folgesituation auch davon ab, bei welcher der beiden Ereignisvariablen zuerst ein Ereignis stattfindet. Man kann ein Bild der folgenden Art verwenden:

$$\begin{tikzcd} & & \dot{E}_1 \\ \ddot{Z} \arrow[r, "\sigma_1"] & (\dot{E}_1, \dot{E}_2) \arrow[ur, "\sigma_{21}"] \arrow[dr, "\sigma_{22}"'] & \\ & & (\dot{E}_2, \dot{E}_3) \end{tikzcd} \tag{8.5}$$

Für die Situation σ_1 gibt es eine stochastische Funktion

$$z \longrightarrow \Pr[\dot{E}_1, \dot{E}_2 \,\|\, \ddot{Z} = z]$$

die festlegt, wie bei $\dot{E}_1$ oder $\dot{E}_2$ oder auch bei beiden Variablen gleichzeitig bestimmte Werte entstehen können. Wenn zuerst eine Schwangerschaft eintritt, entsteht eine Situation σ_{21}, in der das Paar heiraten oder sich trennen kann. Dieser Situation entspricht die stochastische Funktion

$$z \longrightarrow \Pr[\dot{E}_1 \,\|\, \ddot{Z} = z, \dot{E}_2 = 1]$$

Wenn dagegen zuerst ein Ereignis bei der Variablen $\dot{E}_1$ eintritt, gibt es zwei Möglichkeiten. Wenn das Ereignis $\dot{E}_1 = 2$ (Trennung) eintritt, gibt es in diesem Modell keine Folgesituation. Wenn dagegen das Ereignis $\dot{E}_1 = 1$ (Heirat) eintritt, entsteht eine Situation σ_{22}, in der eine Schwangerschaft und/oder eine Trennung eintreten kann. Um die Möglichkeit einer Trennung zu erfassen, kann jedoch nicht die Variable $\dot{E}_1$ verwendet werden, da sie bereits einen bestimmten Wert ($\dot{E}_1 = 1$) angenommen hat, den sie in einer späteren Situation nicht mehr verändern kann. Will man deshalb diese Möglichkeit explizit in Betracht ziehen, muss eine weitere Ereignisvariable $\dot{E}_3$ definiert werden, durch die erfasst werden kann, ob eine Trennung

[12] Eine empirische Untersuchung solcher Situationen wurde von Blossfeld u.a. (1999) publiziert.

($\dot{E}_3 = 1$) stattfindet.[13] Für die Situation σ_{22} kann dann eine stochastische Funktion

$$z \longrightarrow \Pr[\dot{E}_2, \dot{E}_3 \,\|\, \ddot{Z} = z, \dot{E}_1 = 1]$$

verwendet werden. Natürlich ist es auch möglich, dass in der Situation σ_1 bei beiden Ereignisvariablen ein Ereignis eintritt. Dann entsteht jedoch bei diesem Modellansatz keine explizite Folgesituation.

Dieses Beispiel zeigt, dass in einem Ereignismodell für jede endogene Ereignisvariable und jede Situation, in der sie einen bestimmten Wert annehmen kann, eine separate Funktion angegeben werden muss.[14] Es illustriert auch die Unterschiede bei der Bildung bedingter Verteilungen. Zum Beispiel ist $\Pr(\dot{E}_1 = 1 \,\|\, \ddot{Z} = z, \dot{E}_2 = 1)$ die Wahrscheinlichkeit für eine Heirat in einer Situation, in der eine Schwangerschaft bereits eingetreten ist. Dagegen bezieht sich $\Pr(\dot{E}_1 = 1 | \ddot{Z} = z, \dot{E}_2 = 1)$ auf die Situation σ_1 und gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass unter der Bedingung des Eintritts einer Schwangerschaft gleichzeitig geheiratet wird.

8.2 Ereignismodelle mit Zeitachsen

1. Zeitachsen für Situationen. Ereignismodelle, wie sie im vorangegangenen Abschnitt besprochen wurden, beziehen sich auf generische Situationen (Situationen eines bestimmten Typs), die den Kontext bilden, in dem Ereignisse der jeweils thematisierten Art stattfinden können. Es wurde angenommen, dass eine Situation solange besteht, bis zum ersten Mal ein Ereignis eintritt (wodurch dann eine neue Situation entsteht). Das ist ausreichend, wenn man sich nur dafür interessiert, mit welchen Wahrscheinlichkeiten Ereignisse eintreten. Oft interessiert jedoch auch, wie lange es dauert, bis ein Ereignis eintritt, und wie Ereigniswahrscheinlichkeiten von

[13] Man hätte auch von vornherein eine dreidimensionale Variable verwenden können, deren Komponenten jeweils nur einen Ereignistyp erfassen, zum Beispiel: $(\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dot{E}_3)$, wobei $\dot{E}_1 = 1$ eine Heirat, $\dot{E}_2 = 1$ eine Schwangerschaft und $\dot{E}_3 = 1$ eine Trennung erfasst. Die in der ersten Situation möglichen Ereignisse wären dann:

$$(1,0,0), (1,1,0), (0,1,0), (0,1,1), (0,0,1)$$

In einigen Fällen könnten sich dann Folgesituationen anschließen, in denen weitere Ereignisse eintreten können.

[14] Wird auf die Kontextvariable $\ddot{Z}$ verzichtet, kann man sich zur Illustration folgende Werte vorstellen:

$$\begin{array}{ll}
\sigma_1 : \Pr(\dot{E}_1 = 1, \dot{E}_2 = 0) = 0.30 & \sigma_{21} : \Pr(\dot{E}_1 = 1 \,\|\, \dot{E}_2 = 1) = 0.6 \\
\sigma_1 : \Pr(\dot{E}_1 = 2, \dot{E}_2 = 0) = 0.48 & \sigma_{21} : \Pr(\dot{E}_1 = 2 \,\|\, \dot{E}_2 = 1) = 0.4 \\
\sigma_1 : \Pr(\dot{E}_1 = 0, \dot{E}_2 = 1) = 0.15 & \sigma_{22} : \Pr(\dot{E}_2 = 1, \dot{E}_3 = 0 \,\|\, \dot{E}_1 = 1) = 0.69 \\
\sigma_1 : \Pr(\dot{E}_1 = 1, \dot{E}_2 = 1) = 0.03 & \sigma_{22} : \Pr(\dot{E}_2 = 0, \dot{E}_3 = 1 \,\|\, \dot{E}_1 = 1) = 0.28 \\
\sigma_1 : \Pr(\dot{E}_1 = 2, \dot{E}_2 = 1) = 0.03 & \sigma_{22} : \Pr(\dot{E}_2 = 1, \dot{E}_3 = 1 \,\|\, \dot{E}_1 = 1) = 0.03
\end{array}$$

Umständen abhängen, die sich während der den jeweiligen Kontext bildenden Situation verändern können. Dann ist es erforderlich, die zeitliche Ausdehnung der Situationen explizit zu erfassen.

Wir verwenden zu diesem Zweck eine deterministische Modellvariable $\ddot{T}$, die angibt, wieviel Zeit seit Beginn einer Situation vergangen ist. Als Wertebereich wird eine diskrete Zeitachse $\mathcal{T}_0 = \{0, 1, 2, \ldots\}$ angenommen, so dass man sich eine Situation auch als eine Folge von Zeitstellen, auf die durch $\ddot{T} = 0, 1, 2, \ldots$ verwiesen wird, vorstellen kann. Der Beginn einer Situation kann in den meisten Fällen durch Verweis auf ein Ereignis festgelegt werden, durch das die Situation entsteht. In diesen Fällen nehmen wir an, dass die Zeitstelle, in der das Ereignis auftritt, zugleich die Zeitstelle $\ddot{T} = 0$ der sich anschließenden Situation ist. Infolgedessen ist es auch möglich, dass zwei aufeinander folgende Ereignisse in der gleichen Zeitstelle stattfinden. Verwendet man zum Beispiel Tage, könnte eine Person am gleichen Tag krank und wieder gesund werden.

2. Zeitabhängige Ereigniswahrscheinlichkeiten. Es wird nun möglich, die Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten von Ereignissen auch von der Zeitdauer, die seit dem Beginn einer Situation vergangen ist, abhängig zu machen. Im einfachsten Fall kann man sich auf eine Ereignisvariable $\dot{E}$ mit einem Wertebereich $\tilde{\mathcal{E}} = \{0, 1, \ldots, m\}$ beziehen, die für eine Situation σ definiert ist. Erfasst $\ddot{T}$ die Zeitdauer, die seit Beginn der Situation vergangen ist, können zeitlich bedingte Ereigniswahrscheinlichkeiten

$$r_j(t) := \Pr(\dot{E} = j \,\|\, \ddot{T} = t) \tag{8.6}$$

betrachtet werden. Die Bedingung $\ddot{T} = t$ nimmt Bezug auf die Zeitstelle t und impliziert, dass die Situation mindestens bis zu dieser Zeitstelle andauert, also nicht schon zuvor (in einer Zeitstelle vor t) ein Ereignis eingetreten ist. Wir nennen die Funktion $r_j(t)$ eine *Risikofunktion*. Sie gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass in einer Situation, die mindestens bis zur Zeitstelle t andauert, in dieser Zeitstelle ein Ereignis $\dot{E} = j$ eintritt. Offenbar kann auch eine *zusammengefasste Risikofunktion*

$$r(t) := \sum\nolimits_{j \in \tilde{\mathcal{E}}^*} r_j(t) \tag{8.7}$$

definiert werden. Es ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Situation mindestens bis zur Zeitstelle t andauert und in dieser Zeitstelle durch irgendein Ereignis beendet wird.

Da $\ddot{T}$ eine deterministische Variable ist, kann sie nur zur Formulierung von Bedingungen verwendet werden. Ausgehend von (8.6) kann aber auch eine stochastische Variable $\dot{T}$ (mit dem gleichen Wertebereich wie $\ddot{T}$) definiert werden, durch die erfasst wird, wie lange die Situation dauert, bis sie durch irgendein Ereignis endet. Ihre Verteilung kann durch eine Survivorfunktion

$$G(t) := \Pr(\dot{T} \geq t) = \prod_{k=0}^{t-1} (1 - r(k))$$

ausgedrückt werden, wobei $G(0) = \Pr(\dot{T} \geq 0) = 1$ ist, und man erhält den Zusammenhang

$$r(t) = \frac{\Pr(\dot{T} = t)}{\Pr(\dot{T} \geq t)} = \frac{\Pr(\dot{T} = t)}{G(t)}$$

Offenbar kann $(\dot{E}, \dot{T})$ auch als eine stochastische Variante der in Abschnitt **??** besprochenen Verweildauervariablen betrachtet werden. Die Risikofunktionen entsprechen dann formal den für die Verweildauervariable definierten (Übergangs-) Ratenfunktionen.

3. Nichteintreten von Ereignissen. Solange die zeitliche Ausdehnung von Situationen unbestimmt bleibt (wie bei den im vorangegangenen Abschnitt besprochenen Ereignismodellen), können für das Nichteintreten von Ereignissen keine Wahrscheinlichkeiten definiert werden. Anders verhält es sich jedoch, wenn man sich Situationen als Folgen von Zeitstellen vorstellen kann. Ist dann $\dot{E}$ eine Ereignisvariable, kann man die Definition

$$\Pr(\dot{E} = 0 \,\|\, \ddot{T} = t) := 1 - r(t) \tag{8.8}$$

verwenden und als Wahrscheinlichkeit interpretieren, dass in der Zeitstelle t keines der Ereignisse, die durch den Wertebereich von $\dot{E}$ möglich sind, eintritt.

4. Aggregation von Zeitstellen. Geht man von Definitionen zeitabhängiger Ereigniswahrscheinlichkeiten aus, gelangt man durch eine Aggregation von Zeitstellen zu dem in Abschnitt 8.1 verfolgten Ansatz, bei dem von der zeitlichen Ausdehnung von Situationen abstrahiert wird. Die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Situation ein Ereignis $\dot{E} = j$ eintritt, erhält man durch

$$\Pr(\dot{E} = j) = \sum\nolimits_{t=0}^{\infty} r_j(t) \Pr(\dot{T} \geq t) \tag{8.9}$$

Um die Berechnung zu illustrieren, betrachten wir eine Ereignisvariable $\dot{E}$ mit dem Wertebereich $\tilde{\mathcal{E}} = \{0, 1, 2\}$, die für eine Situation σ definiert ist. Werden beispielsweise konstante Risikofunktionen $r_1(t) = 0.1$ und $r_2(t) = 0.2$ angenommen, entwickelt sich der Prozess bis zur Zeitstelle

$t = 5$ folgendermaßen:

t	$\Pr(\dot{T} \geq t)$	$\Pr(\dot{E} = 1, \dot{T} = t)$	$\Pr(\dot{E} = 2, \dot{T} = t)$	$\Pr(\dot{T} = t)$
0	1.000	0.100	0.200	0.300
1	0.700	0.070	0.140	0.210
2	0.490	0.049	0.098	0.147
3	0.343	0.034	0.069	0.103
4	0.240	0.024	0.048	0.072
5	0.168	0.017	0.034	0.050

Summiert man die zeitstellenspezifischen Wahrscheinlichkeiten mit der Formel (8.9), erhält man $\Pr(\dot{E} = 1) = 1/3$ und $\Pr(\dot{E} = 2) = 2/3$.

Es ist bemerkenswert, dass eine Risikofunktion $r_j(t)$ nicht ausreicht, um die Ereigniswahrscheinlichkeiten $\Pr(\dot{E} = j)$ zu berechnen. Erforderlich ist außerdem die Survivorfunktion $G(t)$ oder, damit äquivalent, die in (8.7) definierte zusammengefasste Risikofunktion $r(t)$. Infolgedessen ist es möglich, dass sich eine Ereigniswahrscheinlichkeit $\Pr(\dot{E} = j)$ verändert, obwohl sich die Risikofunktion für dieses Ereignis, also $r_j(t)$, nicht verändert. Wenn man etwa in dem eben betrachteten Beispiel anstelle von $r_2(t) = 0.2$ die Risikofunktion $r_2(t) = 0.15$ verwendet, erhält man $\Pr(\dot{E} = 1) = 0.4$ und $\Pr(\dot{E} = 2) = 0.6$.

5. Situationen mit mehreren Ereignisvariablen. Wiederum können auch Situationen betrachtet werden, für die mehrere Ereignisvariablen definiert sind. Zur Illustration verwenden wir noch einmal das Beispiel aus Abschnitt 8.1 (§ 7), bei dem sich die Ausgangssituation auf nichteheliche Lebensgemeinschaften bezieht, in denen Heiraten, Trennungen und Schwangerschaften auftreten können. Zeitabhängige Ereigniswahrscheinlichkeiten können in diesem Beispiel durch

$$r_{j_1 j_2}(t) = \Pr(\dot{E}_1 = j_1, \dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \ddot{T} = t) \tag{8.10}$$

definiert werden, zu interpretieren als die Wahrscheinlichkeit, dass in der Zeitstelle t der Ausgangssituation (also solange noch kein Ereignis eingetreten ist) das Ereignis $\dot{E}_1 = j_1$ und/oder das Ereignis $\dot{E}_2 = j_2$ eintritt.

Wiederum kann man über die Zeitstellen aggregieren und gelangt dann zu einem von der zeitlichen Ausdehnung der Situationen abstrahierenden Ansatz wie in Abschnitt 8.1 (§ 7). Man kann zum Beispiel die in der folgenden Tabelle angegebenen konstanten Risikofunktionen annehmen

j_1	j_2	$r_{j_1 j_2}(t)$	$\Pr(\dot{E}_1 = j_1, \dot{E}_2 = j_2)$
1	0	0.10	0.30
2	0	0.16	0.48
0	1	0.05	0.15
1	1	0.01	0.03
2	1	0.01	0.03

und erhält dann, wiederum mit der Formel (8.9), die in der rechten Spalte der Tabelle angegebenen aggregierten Ereigniswahrscheinlichkeiten. Sie entsprechen näherungsweise den für die Illustration in Abschnitt 8.1 (§ 7) verwendeten Wahrscheinlichkeiten.

6. Statische und dynamische Kontextvariablen. In Modellen mit zeitabhängigen Ereigniswahrscheinlichkeiten (Risikofunktionen) können sowohl statische als auch dynamische Kontextvariablen verwendet werden. Eine Modellspezifikation erfordert dann eine Definition kontextabhängiger Risikofunktionen, die für eine Ereignisvariable $\dot{E}$ folgende allgemeine Form haben:

$$(t, z, x_t) \longrightarrow \Pr(\dot{E} = j \,\|\, \ddot{T} = t, \ddot{Z} = z, \ddot{X}_t = x_t)$$

In diesem Ausdruck gibt es eine statische Kontextvariable $\ddot{Z}$, deren Wert sich nicht verändert, während die Situation andauert, und eine dynamische Kontextvariable $\ddot{X}_t$, die in jeder Zeitstelle t einen anderen Wert annehmen kann.[15] Offenbar kann auch $\ddot{T}$ als eine dynamische Kontextvariable aufgefasst werden.

Sobald Ereignisvariablen einen bestimmten Werte angenommen haben, können auch sie als Kontextvariablen verwendet werden. Da sie dann ihren Wert nicht mehr verändern können, handelt es sich um statische Kontextvariablen. Man gelangt dann zu bedingten Wahrscheinlichkeiten der folgenden Form:

$$\Pr(\dot{E} = j \,\|\, \ddot{T} = t, \dot{E}' = j', \ldots$$

In diesem Ausdruck ist $\dot{E}'$ eine Kontextvariable, die den Wert j' angenommen hat. Als eine Bedingung für das Eintreten eines Ereignisses $\dot{E} = j$ wird also angenommen, dass ein Ereignis $\dot{E}' = j'$ bereits eingetreten ist, und zwar vor oder auch in der Zeitstelle t. In jedem Fall impliziert unsere Interpretation des Bedingungsstrichs $\|$, dass $\dot{E}' = j'$ als eine bereits realisierte Bedingung für das mögliche Eintreten von $\dot{E} = j$ betrachtet werden kann.

7. Situationsübergreifende Zeitachsen. Bei den bisher betrachteten Modellen beginnt in jeder neuen Situation eine neue Zeitachse. Manchmal erleichtert es die Modellbildung, wenn stattdessen nur eine Zeitachse $\ddot{T}$ verwendet wird, die in der ersten Situation beginnt und fortlaufend alle weiteren Zeitstellen erfasst. Als Beispiel kann folgendes Modell dienen:

$$\ddot{E}_0 \longrightarrow\!\!\!\!\rightarrow \dot{E}_1 \longrightarrow\!\!\!\!\rightarrow \dot{E}_2$$

[15] Für die zeitliche Datierung einer dynamischen Kontextvariablen $\ddot{X}_t$ gibt es unterschiedliche Möglichkeiten: Man kann sich auf die jeweils aktuelle Zeitstelle t oder auf eine (unmittelbar) vorausgegangene Zeitstelle beziehen. Die Entscheidung sollte von der inhaltlichen Bedeutung und der zeitlichen Ausdehnung der Zeitstellen abhängig gemacht werden.

Nachdem $\ddot{E}_0$ einen bestimmten Wert angenommen hat, beginnt die erste Situation in der Zeitstelle $\ddot{T} = 0$.[16] Für diese Situation können also unmittelbar Risikofunktionen

$$r_{j_1}(t; j_0) := \Pr(\dot{E}_1 = j_1 \,\|\, \ddot{T} = t, \ddot{E}_0 = j_0)$$

definiert werden. Wird nun die Zeitachse bei einem Ereignis $\dot{E}_1 = j_1$ nicht zurückgesetzt, gibt es zwei unterschiedliche Möglichkeiten, um stochastische Funktionen für $\dot{E}_2$ zu definieren. Man kann Wahrscheinlichkeiten der Form

$$\Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \ddot{T} = t, \dot{E}_1 = j_1) \tag{8.11}$$

verwenden, bei denen die Bedingung ausdrückt, dass sich der Prozess bis zur Zeitstelle t entwickelt hat und in irgendeiner Zeitstelle kleiner oder gleich t das Ereignis $\dot{E}_1 = j_1$ eingetreten ist. Um explizit zu erfassen, wann das Ereignis $\dot{E}_1 = j_1$ eingetreten ist, ist eine ergänzende Notation erforderlich. Wir verwenden einen Operator $\tau(\dot{E})$, der die Zeitstelle angibt, in der eine Ereignisvariable $\dot{E}$ zum ersten Mal einen bestimmten Wert angenommen hat.[17] Dann kann man anstelle von (8.11) auch einen Ausdruck der Form

$$\Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \ddot{T} = t, \dot{E}_1 = j_1, \tau(\dot{E}_1) = t_1) \tag{8.12}$$

verwenden (die Formulierung setzt natürlich $t \geq t_1$ voraus), und daran anschließend können auch Risikofunktionen für $\dot{E}_2$ definiert werden:

$$r_{j_2}(t; j_1, t_1) := \Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \ddot{T} = t_1 + t, \dot{E}_1 = j_1, \tau(\dot{E}_1) = t_1)$$

Der in § 1 erläuterten Konvention entsprechend wird angenommen, dass immer dann, wenn ein Ereignis in einer Zeitstelle t eintritt, die sich anschließende neue Situation in der gleichen Zeitstelle beginnt.

8.3 Dynamische Kausalität

1. Ereignisse als dynamische Ursachen. Bei der Diskussion funktionaler Kausalität in Kapitel 6 wurde von einem komparativen Ursachenbegriff ausgegangen, der sich auf eine Veränderung (Differenz) der Werte einer Zustandsvariablen bezieht. In den meisten Fällen entspricht einer solchen Ursache kein Ereignis (weder in der speziellen Bedeutung einer Zustandsveränderung noch im Sinne eines allgemeinen Ereignisbegriffs). In diesem

[16] Dies entspricht unserer Konvention, dass eine neue Situation stets in der Zeitstelle beginnt, in der das die Situation einleitende Ereignis stattfindet oder – bei längeren Ereignissen – aufhört.

[17] Der Ausdruck $\tau(\dot{E})$ hat also nur einen bestimmten Wert, wenn die als Argument verwendete Ereignisvariable $\dot{E}$ bereits einen bestimmten Wert angenommen hat.

Abschnitt gehen wir stattdessen von der Idee aus, Ursachen von vornherein als Ereignisse aufzufassen. Wir sprechen dann von einer *dynamischen Kausalitätskonzeption*, womit also zunächst nur gemeint sein soll, dass Ursachen als Ereignisse konzipiert werden.

Zu überlegen ist, wie von Wirkungen eines Ereignisses gesprochen werden kann. Eine oft sinnvolle Vorstellung besteht darin, dass ein Ereignis einen Prozess auslösen oder den Ablauf eines bereits ablaufenden Prozesses modifizieren kann. Die genaue Bedeutung hängt dann aber davon ab, wie die Prozesse konzeptualisiert werden, auf die man sich beziehen möchte (vgl. Kapitel 3). Wir gehen deshalb im Folgenden von einer engeren Vorstellung aus und beziehen uns wiederum auf Ereignisse.

Allerdings ist es meistens nicht möglich, Wirkungen unmittelbar als Ereignisse aufzufassen, denn in den meisten Fällen besteht die Wirkung einer dynamischen Ursache nur darin, dass sich die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines oder mehrerer anderer Ereignisse verändert. Wir orientieren uns deshalb an folgender Vorstellung: Die *dynamische Wirkung eines Ereignisses* besteht in der dem Ereignis zurechenbaren Veränderung der Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten anderer Ereignisse.

So wird auch deutlich, dass ein Modell erforderlich ist, durch das die möglichen Ereignisse fixiert werden, auf die man sich für eine Betrachtung von Wirkungen (= Veränderungen von Eintrittswahrscheinlichkeiten) beziehen möchte. Wir verwenden im Folgenden Ereignismodelle von der Art, wie sie in den vorangegangenen Abschnitten besprochen worden sind; Ereignisse bestehen also darin, dass in einem Modell definierte Ereignisvariablen bestimmte Werte annehmen.[18]

2. Eine Definition dynamischer Kausalität. Eine weitere Überlegung bezieht sich darauf, wie man einem Ereignis eine bestimmte Wirkung (oder mehrere bestimmte Wirkungen) zurechnen kann. Wir verfolgen hier die Idee, dass dafür ein Vergleich erforderlich ist, der die Frage beinhaltet, was geschehen würde (oder wäre), wenn das als Ursache betrachtete Ereignis nicht eintreten würde (oder eingetreten wäre). Zwar kann auf diese Frage im Allgemeinen keine bestimmte Antwort gegeben werden; im Alltag behilft man sich mit (oft fragwürdigen) Normalitätsannahmen. Im Folgenden verwenden wir funktionale Ereignismodelle, die modale (kontrafaktische) Überlegungen ermöglichen.

Um zu einer genauen Definition zu gelangen, beziehen wir uns auf ein Ereignismodell, in dem es eine Ereignisvariable $\dot{E}_1$ (oder eine deterministische Ereignisvariable $\ddot{E}_1$) gibt, so dass man von einem Ereignis $\dot{E}_1 = j_1$ (oder $\ddot{E}_1 = j_1$) sprechen kann. Um diesem Ereignis mögliche Wirkungen

[18] Andere Möglichkeiten, um Vorstellungen über dynamische Kausalität zu konzeptualisieren, entstehen, wenn man von Modellen mit Zustandsvariablen ausgeht und Ereignisse als Zustandsveränderungen auffasst. Man vgl. hierzu den Beitrag von U. Pötter und H.-P. Blossfeld (2001), in dem auch auf eine umfangreiche Literatur zu diesem Ansatz hingewiesen wird.

zuzurechnen, können alle anderen Ereignisse der Form $\dot{E}_2 = j_2$ betrachtet werden, wenn $\dot{E}_2$ ebenfalls zum vorausgesetzten Modell gehört und es einen gerichteten (also auch temporal zu interpretierenden) Pfad gibt, der von $\dot{E}_1$ zu $\dot{E}_2$ führt. Es gibt dann eine bedingte Wahrscheinlichkeit

$$\Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \dot{E}_1 = j_1, \ddot{Z} = z)$$

wobei sich $\ddot{Z}$ auf alle Kontextvariablen bezieht, deren Werte für die Wahrscheinlichkeit des Eintretens des Ereignisses $\dot{E}_2 = j_2$ relevant sein können, und es kann folgende Sprechweise definiert werden:

□ Die *dynamische Wirkung* des Ereignisses $\dot{E}_1 = j_1$ im Hinblick auf das mögliche Ereignis $\dot{E}_2 = j_2$ im Kontext $\ddot{Z} = z$ ist

$$\Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \dot{E}_1 = j_1, \ddot{Z} = z) - \Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \dot{E}_1 = 0, \ddot{Z} = z) \qquad (8.13)$$

Dabei soll angenommen werden, dass der Ausdruck auf der rechten Seite den Wert Null hat, wenn das Ereignis $\dot{E}_2 = j_2$ nur möglich ist, wenn zuvor die Ereignisvariable $\dot{E}_1$ irgendeinen bestimmten Wert angenommen hat. Natürlich kann es vorkommen, dass eine Bezugnahme auf Kontextvariablen nicht erforderlich ist, so dass von einer kontextunabhängigen Wirkung gesprochen werden kann.

Im Folgenden wird diese Definition anhand unterschiedlicher Beispiele verdeutlicht, und es wird auch besprochen, wie im Anschluss an diese Definition von zeitabhängigen Wirkungen gesprochen werden kann.

3. Betrachtung eines Zufallsgenerators. Als ein einfaches Beispiel, bei dem es keine Kontextabhängigkeiten gibt, wird zunächst ein Zufallsgenerator betrachtet, der durch folgendes Bild angedeutet werden kann:

$$\ddot{E}_0 \xrightarrow{\sigma_1} \dot{E}_1 \xrightarrow{\sigma_2} \dot{E}_2$$

Durch eine exogene Ereignisvariable $\ddot{E}_0$ mit dem Wertebereich $\tilde{\mathcal{E}}_0 = \{0, 1\}$ wird erfasst, ob ein Würfel geworfen wird. Wenn dies geschieht, entsteht eine Situation σ_1, in der die stochastische Ereignisvariable $\dot{E}_1$ mit dem Wertebereich $\tilde{\mathcal{E}}_1 = \{0, 1, \ldots, 6\}$ die resultierende Augenzahl erfasst. Es wird ein normaler Würfel vorausgesetzt, also

$$\Pr(\dot{E}_1 = j \,\|\, \ddot{E}_0 = 1) = 1/6 \quad \text{für } j = 1, \ldots, 6 \qquad (8.14)$$

Schließlich entsteht, wenn $\dot{E}_1$ einen bestimmten Wert angenommen hat, eine weitere Situation σ_2, in der durch die stochastische Ereignisvariable $\dot{E}_2$ mit dem Wertebereich $\tilde{\mathcal{E}}_2 = \{0, 1, 2\}$ erfasst wird, ob in σ_1 eine ungerade ($\dot{E}_2 = 1$) oder gerade Augenzahl ($\dot{E}_2 = 2$) entstanden ist.

Welche Wirkungen können den in diesem Modell möglichen Ereignissen zugerechnet werden? Beginnen wir damit, dass der Würfel geworfen wird: $\ddot{E}_0 = 1$. Das Modell gibt an, mit welchen Wahrscheinlichkeiten dann die Ereignisvariablen $\dot{E}_1$ und $\dot{E}_2$ bestimmte Werte annehmen. Die in § 2 vorgeschlagene Definition erfordert es, dass auch eine Aussage darüber gemacht wird, was geschehen würde, wenn der Würfel nicht geworfen wird. Wie gesagt, kann auf eine Frage dieser Art im Allgemeinen keine bestimmte Antwort gegeben werden. Bezieht man sich jedoch auf das Modell, kann man sagen, dass ohne das Ereignis $\ddot{E}_0 = 1$ gar kein weiteres Ereignis eintreten könnte, also $\Pr(\dot{E}_1 = j \,\|\, \ddot{E}_0 = 0) = 0$ ist. Man kommt zu dem Ergebnis, dass die dynamische Wirkung des Ereignisses $\ddot{E}_0 = 1$ durch die Wahrscheinlichkeiten (8.14) angegeben werden kann.

Betrachten wir jetzt ein endogenes Ereignis, zum Beispiel $\dot{E}_1 = 1$. Das Modell liefert zunächst die dadurch bedingten Wahrscheinlichkeiten

$$\Pr(\dot{E}_2 = 1 \,\|\, \dot{E}_1 = 1) = 1 \quad \text{und} \quad \Pr(\dot{E}_2 = 2 \,\|\, \dot{E}_1 = 1) = 0$$

Sie drücken aber bereits die dynamischen Wirkungen aus, da wiederum $\dot{E}_1 \neq 0$ eine Voraussetzung dafür ist, dass $\dot{E}_2$ einen bestimmten Wert annehmen kann, so dass $\Pr(\dot{E}_2 = 1 \,\|\, \dot{E}_1 = 0) = \Pr(\dot{E}_2 = 2 \,\|\, \dot{E}_1 = 0) = 0$ ist.

Das Beispiel zeigt auch, dass dynamische Wirkungen nicht immer mit positiven Wahrscheinlichkeiten verbunden sein müssen. Denn eine der dem Ereignis $\dot{E}_1 = 1$ zurechenbaren Wirkungen besteht in diesem Beispiel darin, dass die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis $\dot{E}_2 = 2$ Null wird.

4. Unterschiedliche modale Vergleiche. Folgt man der Definition in § 2, ist zur Ermittlung der dynamischen Wirkungen eines Ereignisses $\dot{E} = j$ ein Vergleich erforderlich, bei dem eine Situation, in der das Ereignis $\dot{E} = j$ eintritt, mit einer Situation verglichen wird, in der $\dot{E}$ noch keinen bestimmten Wert angenommen hat. Stattdessen kann man auch eine Situation, in der das Ereignis $\dot{E} = j$ eintritt, mit einer Situation vergleichen, in der ein anderes Ereignis $\dot{E} = j'$ eintritt. Aber das wäre dann ein wesentlich anderer Vergleich, und das Ergebnis würde dann auch davon abhängen, mit welchem Alternativereignis der Vergleich durchgeführt wird.

Um die unterschiedlichen Arten der Vergleiche zu verdeutlichen, eignet sich auch das Schulbeispiel aus Abschnitt 8.1 (§ 6). Als Ursachen kann man die Ereignisse $\dot{E}_1 = 1$ (der Schüler kommt in eine Schule des Typs 1) und $\dot{E}_1 = 2$ (der Schüler kommt in eine Schule des Typs 2) betrachten. Folgt man der Definition aus § 2, können jeder dieser Ursachen gesondert dynamische Wirkungen inbezug auf Ereignisse $\dot{E}_2 = j_2$ (erfolgreicher oder nicht erfolgreicher Schulabschluss) zugerechnet werden; und da die Ereignisvariable $\dot{E}_1$ irgendeinen bestimmten Wert annehmen muss, bevor irgendein Ereignis $\dot{E}_2 = j_2$ eintreten kann, können diese Wirkungen einfach durch die kontextabhängigen bedingten Wahrscheinlichkeiten

$$\Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \dot{E}_1 = 1, \ddot{Z} = z) \quad \text{und} \quad \Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \dot{E}_1 = 2, \ddot{Z} = z)$$

angegeben werden. Daran anschließend können diese kontextabhängigen Wirkungen der Ereignisse $\dot{E}_1 = 1$ und $\dot{E}_1 = 2$ verglichen werden. Aber ein solcher Vergleich ist für die Feststellung der dynamischen Wirkungen nicht erforderlich; vielmehr müssen umgekehrt zuerst die jeweiligen Wirkungen ermittelt werden, bevor sie verglichen werden können.

Es ist bemerkenswert, dass der Vergleich, auf dem die Kausalitätsdefinition in § 2 beruht, nur möglich ist, wenn man sich auf Ereignisvariablen bezieht. Er kann nicht vorgenommen werden, wenn man stattdessen von Zustandsvariablen ausgeht, da Zustandsvariablen immer irgendeinen bestimmten Wert haben, so dass nur Implikationen unterschiedlicher Werte verglichen werden können (wie bei den Definitionen der Effekte komparativer Ursachen in Kapitel 6).

5. Exogene intervenierende Ursachen. Bisher wurden Beispiele betrachtet, bei denen eine Ereignisvariable $\dot{E}_1$, die zur Definition einer Ursache $\dot{E}_1 = j_1$ verwendet wird, irgendeinen bestimmten Wert annehmen muss, damit ein Ereignis $\dot{E}_2 = j_2$, für das eine Wirkung ermittelt werden soll, eintreten kann. Wenn dies nicht der Fall ist, sprechen wir von *intervenierenden Ursachen.* Folgendes Modell liefert ein einfaches Beispiel:

$$\begin{tikzcd} \ddot{E}_0 \arrow[r, twoheadrightarrow] & \dot{E}_2 \\ \ddot{E}_1 \arrow[ur, twoheadrightarrow] & \end{tikzcd} \qquad (8.15)$$

Das Ereignis $\ddot{E}_0 = 1$ soll bedeuten, dass eine Person krank wird. Daran anschließend können zwei andere Ereignisse eintreten: die Person wird gesund ($\dot{E}_2 = 1$) oder sie stirbt ($\dot{E}_2 = 2$). Außerdem kann ein Ereignis $\ddot{E}_1 = 1$ eintreten, das darin besteht, dass eine bestimmte medizinische Behandlung erfolgt. Der Unterschied zu den bisher betrachteten Beispielen besteht darin, dass durch $\dot{E}_2$ definierbare Ereignisse eintreten können, ohne dass zuvor die Ereignisvariable $\ddot{E}_1$ einen bestimmten Wert annehmen muss. Um das Modell zu spezifizieren, müssen also zwei Wahrscheinlichkeitsverteilungen angegeben werden:

$$\Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \ddot{E}_0 = 1, \ddot{E}_1 = 1) \quad \text{und} \quad \Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \ddot{E}_0 = 1, \ddot{E}_1 = 0)$$

Aus ihrer Differenz erhält man dann die Wirkungen des Ereignisses $\ddot{E}_1 = 1$ im Hinblick auf die möglichen Ereignisse $\dot{E}_2 = 1$ und $\dot{E}_2 = 2$.

6. Endogene intervenierende Ursachen. In dem Modell (8.15) ist $\ddot{E}_1$ eine exogene Ereignisvariable, so dass Annahmen darüber, ob ein Ereignis $\ddot{E}_1 = 1$ eintritt oder nicht eintritt, beliebig vorgenommen werden können. Stattdessen kann man auch Modelle betrachten, bei denen intervenierende Ursachen durch endogene Ereignisvariablen entstehen können. Zur Illustration verwenden wir noch einmal das Beispiel aus Abschnitt 8.1 (§ 7), bei dem sich die Ausgangssituation auf nichteheliche Lebensgemeinschaften bezieht, in denen Heiraten, Trennungen und Schwangerschaften auftreten können.

Um an die Notationen des vorangegangenen Paragraphen anzuschließen, soll $\ddot{E}_0 = 1$ den Beginn einer nichtehelichen Lebensgemeinschaft erfassen. Durch $\dot{E}_2$ wird erfasst, ob es zu einer Heirat ($\dot{E}_2 = 1$) oder Trennung ($\dot{E}_2 = 2$) kommt, und $\dot{E}_1 = 1$ erfasst, ob eine Schwangerschaft eintritt. Die Fragestellung bezieht sich darauf, wie eine Schwangerschaft die Wahrscheinlichkeit einer Heirat oder einer Trennung verändert. Es handelt sich um eine intervenierende Ursache, da eine Heirat oder eine Trennung auch ohne eine Schwangerschaft eintreten kann.

Wichtig ist jetzt aber, dass $\dot{E}_1$ als eine endogene Ereignisvariable betrachtet werden soll; d.h. wenn eine nichteheliche Lebensgemeinschaft begonnen wurde, kann auch mit einer durch das Modell bestimmten Wahrscheinlichkeit eine Schwangerschaft eintreten. Um diese Möglichkeit anzudeuten, könnte man in der graphischen Darstellung in (8.15) $\dot{E}_1$ anstelle von $\ddot{E}_1$ verwenden und einen zusätzlichen Pfeil von $\ddot{E}_0$ nach $\dot{E}_1$ einzeichnen. Das resultierende Bild wäre jedoch irreführend, weil es nicht deutlich macht, dass in der durch $\ddot{E}_0 = 1$ entstehenden Ausgangssituation sowohl $\dot{E}_1$ als auch $\dot{E}_2$ bestimmte Werte annehmen können. Besser ist deshalb eine graphische Darstellung in der Art von (8.5) in Abschnitt 8.1. Für unsere gegenwärtige Fragestellung kann man die Darstellung

$$\ddot{E}_0 \xrightarrow{\sigma_1}\!\!\!\!\rightarrow (\dot{E}_1, \dot{E}_2) \xrightarrow{\sigma_2}\!\!\!\!\rightarrow \dot{E}_2 \qquad (8.16)$$

verwenden. In der Situation σ_1 gibt es die Wahrscheinlichkeiten

$$\Pr(\dot{E}_1 = j_1, \dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \ddot{E}_0 = 1)$$

Daraus erhält man die Wahrscheinlichkeit für eine Heirat oder für eine Trennung, bevor eine Schwangerschaft eingetreten ist (oder gleichzeitig mit einer Schwangerschaft), durch

$$\Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \ddot{E}_0 = 1) = \\ \Pr(\dot{E}_1 = 0, \dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \ddot{E}_0 = 1) + \Pr(\dot{E}_1 = 1, \dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \ddot{E}_0 = 1)$$

Eine für unsere Fragestellung relevante Folgesituation σ_2 entsteht, wenn in der ersten Situation eine Schwangerschaft, aber noch keine Heirat oder Trennung eingetreten ist. Dieser Situation entsprechen die Wahrscheinlichkeiten

$$\Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \ddot{E}_0 = 1, \dot{E}_1 = 1)$$

Wirkungen einer Schwangerschaft können also durch die Differenz

$$\Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \ddot{E}_0 = 1, \dot{E}_1 = 1) - \Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \ddot{E}_0 = 1)$$

ermittelt werden. Verwendet man die zur Illustration in Abschnitt 8.1 (§ 7) angegebenen Zahlen, findet man, dass sich durch eine Schwangerschaft die Wahrscheinlichkeit einer Heirat um $0.6 - 0.33 = 0.27$ erhöht, die Wahrscheinlichkeit einer Trennung um $0.4 - 0.51 = -0.11$ verringert.

7. Zeitabhängige dynamische Wirkungen. Wenn man Ereignismodelle mit Zeitachsen verwendet, kann man auch zeitabhängige dynamische Wirkungen betrachten. Im einfachsten Fall kann man sich auf zwei Ereignisvariablen $\dot{E}_1$ und $\dot{E}_2$ beziehen, und $\dot{E}_2$ kann nur dann einen bestimmten Wert annehmen, wenn zuvor $\dot{E}_1$ irgendeinen Wert angenommen hat. Infolgedessen ist $\Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \dot{E}_1 = 0) = 0$, und die zeitabhängigen dynamischen Wirkungen eines Ereignisses $\dot{E}_1 = j_1$ können unmittelbar durch eine Risikofunktion

$$\Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \dot{E}_1 = j_1, \ddot{T} = t)$$

ausgedrückt werden, wobei angenommen wird, dass die Zeitachse $\ddot{T}$ mit dem Eintreten des Ereignisses $\dot{E}_1 = j_1$ beginnt.

Wiederum muss bei intervenierenden Ursachen etwas anders vorgegangen werden. Wir beziehen uns zunächst auf den in § 5 besprochenen Modellansatz. Wenn die exogene Ursache $\ddot{E}_1 = 1$ in einer Zeitstelle $\tau(\ddot{E}_1) = t_1$ auftritt, kann man zunächst eine in der Zeitstelle t_1 beginnende Risikofunktion

$$r_{j_2}(t; 1, t_1) := \Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \ddot{E}_0 = 1, \ddot{E}_1 = 1, \tau(\ddot{E}_1) = t_1, \ddot{T} = t_1 + t) \tag{8.17}$$

betrachten. Ein sinnvoller Vergleich wird möglich, wenn man annimmt, dass ein Ereignis $\ddot{E}_1 = 1$ bis zur Zeitstelle t_1 einschließlich nicht eingetreten ist, also durch eine Betrachtung der konditionalen Risikofunktion

$$r_{j_2}(t; 0, t_1) := \Pr(\dot{E}_2 = j_2 \,\|\, \ddot{E}_0 = 1, \ddot{E}_1 = 0, \ddot{T} = t_1 + t) \tag{8.18}$$

Die zeitabhängige Wirkung eines Ereignisses $\ddot{E}_1 = 1$, das in der Zeitstelle t_1 auftritt, kann dann durch die Differenz der in (8.17) und (8.18) angegebenen Risikofunktionen definiert werden:

$$\text{Zeitabhängige Wirkung} = r_{j_2}(t; 1, t_1) - r_{j_2}(t; 0, t_1) \tag{8.19}$$

Die Wirkung kann also nicht nur davon abhängig sein, wieviel Zeit seit dem Auftreten der Ursache vergangen ist, sondern auch von t_1, d.h. von der zeitlichen Differenz zwischen dem Ereignis $\ddot{E}_0 = 1$ und dem Auftreten der Ursache $\ddot{E}_1 = 1$.

Ganz analog kann man zeitabhängige Wirkungen endogener intervenierender Ursachen definieren, denn beide Risikofunktionen können auch formuliert werden, wenn anstelle von $\ddot{E}_1$ eine endogene Ereignisvariable $\dot{E}_1$ verwendet wird.

8. Zeitlich lokale und integrierte Wirkungen. Die Definition (8.19) bezieht sich auf Risikofunktionen und liefert zunächst zeitliche lokale Wirkungen. Stattdessen kann man auch fragen, wie eine intervenierende Ursache die

über alle späteren Zeitstellen integrierte Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines anderen Ereignisses verändert. Die Überlegung erfolgt analog zu derjenigen in Abschnitt 8.2 (§ 4).

Zur Illustration betrachten wir nochmal das Modell (8.15). Um die integrierte Wirkung einer in der Zeitstelle t_1 auftretenden Ursache $\ddot{E}_1 = 1$ zu berechnen, benötigt man zusätzlich zu den in (8.17) und (8.18) definierten Risikofunktionen Wahrscheinlichkeiten dafür, dass die in der Zeitstelle t_1 beginnende Situation aufrechterhalten bleibt. Da diese Wahrscheinlichkeiten auch davon abhängen, ob zuvor die Ursache eingetreten ist, sind zwei Verweildauervariablen zu unterscheiden. Eine Verweildauervariable $\dot{T}_1$ mit der Verteilung

$$\Pr(\dot{T}_1 \geq t_1) = \prod_{k=0}^{t-1} (1 - r(t; 1, t_1)$$

wobei $r(t; 1, t_1) := \sum_j r_j(t; 1, t_1)$ ist, erfasst, wielange die Situation aufrechterhalten bleibt, wenn das Ereignis $\ddot{E}_1 = 1$ in der Zeitstelle t_1 eintritt. Analog wird eine Verweildauervariable $\dot{T}_0$ unter der Bedingung gebildet, dass die Ursache nicht eintritt. Die integrierte Wirkung erhält man dann durch

$$\sum\nolimits_{t=0}^{\infty} r_{j_2}(t; 1, t_1) \Pr(\dot{T}_1 \geq t) - r_{j_2}(t; 0, t_1) \Pr(\dot{T}_0 \geq t) \tag{8.20}$$

Zur Illustration knüpfen wir an das Beispiel in Abschnitt 8.2 (§ 4) an, bei dem konstante Risikofunktionen verwendet werden: $r_1(t; 0, t_1) = 0.1$ und $r_2(t; 0, t_1) = 0.2$. Infolgedessen hängt die integrierte Wirkung nicht davon ab, wann die Ursache eintritt, und man kann beispielsweise annehmen, dass sich die Risikofunktionen durch das Auftreten der Ursache folgendermaßen verändern: $r_1(t; 1, t_1) = 0.15$ und $r_2(t; 0, t_1) = 0.25$. Als integrierte Wirkungen der Ursache $\ddot{E}_1 = 1$ erhält man

$$\text{für } \dot{E}_2 = 1: \quad 0.375 - 1/3 \approx 0.042$$
$$\text{für } \dot{E}_2 = 2: \quad 0.625 - 2/3 \approx -0.042$$

Das Beispiel zeigt auch erneut, dass es keine einfachen Zusammenhänge zwischen Risikofunktionen und zeitlich integrierten Ereigniswahrscheinlichkeiten gibt.