

Lösungen der Aufgaben für die Klausur (8.2.2007)

Aufgabe 1

- a) Beispiel: Scheidungsrate. Im Zähler steht die Anzahl der Scheidungen während eines Jahres (eine Stromgröße), im Nenner steht die Anzahl der Ehen, die sich in dem Jahr scheiden lassen könnten (eine Bestandsgröße).
- b) Bestandsgrößen: Anzahl der Arbeitslosen an einem Stichtag, Anzahl der Studierenden, die sich in einem Semester an einer Universität eingeschrieben haben.
Stromgrößen: Anzahl der Geburten während eines Monats, Anzahl der Scheidungen während eines Jahres.
- c) Veränderungsraten:

t	n_t	ρ_t
0	100	0.100
1	110	0.091
2	120	0.250
3	150	

- d) Die durchschnittliche Veränderungsrate ist $(150/100)^{1/3} - 1 = 0.1447$.
- e) Die durchschnittliche Sterberate in der Gemeinde A ist 0.0722. In der Gemeinde B muss die Altersklasse 2 mit 1200 Personen besetzt sein, damit die durchschnittliche Sterberate ebenfalls 0.0722 beträgt.

Aufgabe 2

Bei einer Gesamtheit von 20 Personen sind folgende Studiendauern (in Semestern) festgestellt worden: 2, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 10, 10, 10, 12, 12, 12. Die Verweildauervariable für die Studiendauer wird T genannt.

- a) Tabelle mit Funktionen:

t	n_t	$P[T]$	$F[T]$	$G[T]$	$r[T]$
2	1	1/20	1/20	20/20	1/20
3	2	2/20	3/20	19/20	2/19
5	4	4/20	7/20	17/20	4/17
7	2	2/20	9/20	13/20	2/13
8	4	4/20	13/20	11/20	4/11
10	3	3/20	16/20	7/20	3/7
12	4	4/20	20/20	4/20	1/1

- b) $G[T](10) = 7/20$ besagt, dass 7 von 20 Studierenden eine vollendete Studiendauer von mind. 8 Semestern haben.
- c) $M[T|T \geq 10] = 78/7 = 11.14$ ist die durchschnittliche Studiendauer derjenigen, die mindestens 8 Semester studiert haben.

Aufgabe 3

Es sei T die Dauer von Ehen (in vollendeten Jahren). Für alle möglichen Dauern $t = 0, 1, 2, \dots$ sei die Rate $r[T](t) = 0.03$.

Es kann folgende Hilfstabelle verwendet werden:

t	G 100000	P 100000
0	100000	3000
1	97000	2910
2	94090	2823
3	91267	2738
4	88529	2656
5	85873	2576

- a) $F(4) = 1 - G(5) = 0.14127$ ist der Anteil derjenigen, bei denen die Ehedauer maximal 5 vollendete Jahre beträgt.
- b) $G(4) = 0.88529$ ist der Anteil derjenigen, bei denen die Ehedauer mindestens 4 vollendete Jahre beträgt.
- c) $P(4) = G(4) r(4) = 0.88529 \cdot 0.03 = 0.02656$.
- d) $G[T|T \geq 4](5) = G(5)/G(4) = 0.85873/0.88529 = 0.97$. Bei 97 % derjenigen, die eine Ehedauer von mind. 4 Jahren haben, beträgt die Ehedauer mindestens 5 Jahre.
- e) $M[T|2 \leq T \leq 4] = 2.98$.

Aufgabe 4

In einer Sterbetafel finden Sie für die Altersjahre 95 bis 100 die folgenden Angaben für die noch lebenden Personen: 900, 800, 600, 400, 200, 100. Niemand wird älter als 100.

- a) Die Sterberate der 97jährigen ist $200/600 = 0.33$.
- b) Die fernere Lebenserwartung der 96jährigen ist
 $(96 \cdot 200 + 97 \cdot 200 + 98 \cdot 200 + 99 \cdot 100 + 100 \cdot 100) / 800 - 96 = 97.625 - 96 = 1.625$.

Aufgabe 5

- a) Die Menge der Personen, die 1980 in Deutschland geboren wurden; die Menge der Personen, die 1990 in Deutschland geheiratet haben; die Menge der Personen, die 2006 mit einem Studium begonnen haben.

- b) Bei retrospektiven Interviews, die sich auf bisherige Episoden beziehen, z.B. bisherige Ehedauer.
- c) Wenn man eine Person fragt, seit wann sie in einem Betrieb beschäftigt ist, und sich die Person nicht mehr daran erinnern kann, handelt es sich um eine links zensierte Beobachtung.

Aufgabe 6

Bei einer Gesamtheit von 12 Personen sind folgende Arbeitslosigkeitsdauern (in Monaten) festgestellt worden: 4, 9*, 8, 4*, 5, 6, 4, 8*, 9, 11, 8, 4*. Die mit einem Sternchen versehenen Angaben sind rechts zensiert. Die infolgedessen nur partiell beobachtete Verweildauervariable für die Arbeitslosigkeitsdauer wird T genannt.

- a) Tabelle mit Funktionen:

t	e_t	z_t	R_t	$r(t)$	$G(t)$	$P(t)$
4	2		12	1/6	1.0000	0.1667
5	1		8	1/8	0.8333	0.1042
6	1		7	1/7	0.7292	0.1042
8	2	1	6	1/3	0.6250	0.2083
9	1	1	3	1/3	0.4167	0.1389
11	1		1	1	0.2778	0.2778

- b) Die durchschnittliche Arbeitslosigkeitsdauer ist ungefähr

$$4 \cdot 0.1667 + \dots + 11 \cdot 0.2777 = 7.785$$