

Aufgabenblatt 6

Quantile, Mittelwerte und Varianzen

- 1) Sei $X : \Omega \rightarrow \tilde{\mathcal{X}} = \{1, 2, 3\}$ und es sei $|\Omega| = 10$. Geben Sie für die folgenden Konstellationen einen Beispieldatensatz an bzw. begründen Sie, warum die Konstellation nicht auftreten kann. Benutzen Sie die Definitionen $M(X) := 1/|\Omega| \sum_{\omega \in \Omega} X(\omega)$ und $Q_{0.5}(X) := (x_{(10/2)} + x_{(10/2+1)})/2$.
- $M(X) = 3$
 - $M(X) = 2, Q_{0.5}(X) = 1$
 - $M(X) < \hat{x} = Q_{0.5}(X)$. Dabei sei \hat{x} der Modalwert, d.h. derjenige Wert $\tilde{x} \in \tilde{\mathcal{X}}$, bei dem $P[X](\{\tilde{x}\})$ maximal wird, der also am häufigsten vorkommt.
- 2) Seien X und Y Variable mit Werten in $\tilde{\mathcal{X}} \times \tilde{\mathcal{Y}} = \{-1, 0, 1\} \times \{0, 1\}$. Die gemeinsamen relativen Häufigkeiten sei durch die folgenden Angaben gegeben:

\tilde{x}	-1	-1	0	0	1	1
\tilde{y}	0	1	0	1	0	1
$P[X, Y](\{(\tilde{x}, \tilde{y})\})$	0.2	0.1	0.1	0.3	0.2	0.1

- Berechnen Sie die relativen Randhäufigkeiten von X und Y , also die Funktionen $P[X]$ und $P[Y]$.
- Berechnen Sie die relativen Häufigkeiten von $X + Y$, $P[X + Y]$.
- Berechnen Sie den Mittelwert der Summe $X + Y$.
- Berechnen Sie die Varianzen von X und Y , $V(X)$ und $V(Y)$.
- Berechnen Sie die Kovarianz $\text{cov}(X, Y)$.
- Berechnen Sie den bedingten Mittelwert $M(X | Y = 1)$.
- Berechnen Sie die bedingte Varianz $V(X | Y = 1)$.

Bedingte relative Häufigkeiten

- 3) Betrachten Sie zwei statistische Variablen X und Y mit $\tilde{\mathcal{X}} = \{\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3\}$ und $\tilde{\mathcal{Y}} = \{\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \tilde{y}_3\}$. Die bedingten relativen Häufigkeiten $P[X|Y]$ sind wie folgt gegeben:

	$P[X Y](\{\tilde{x}_1\})$	$P[X Y](\{\tilde{x}_2\})$
$Y = \tilde{y}_1$	0.4	0.2
$Y = \tilde{y}_2$	0.3	0.7
$Y = \tilde{y}_3$	0.1	0.2

Die relativen Randhäufigkeiten von Y sind $P[Y](\{\tilde{y}_1\}) = 0.5$, $P[Y](\{\tilde{y}_2\}) = 0.3$. Bestimmen Sie die gemeinsamen relativen Häufigkeiten von X und Y .

- 4) Betrachten Sie die Häufigkeitsverteilung der drei statistischen Variablen A, B, C mit $\tilde{\mathcal{A}} = \{0, 1\}, \tilde{\mathcal{B}} = \{0, 1\}, \tilde{\mathcal{C}} = \{0, 1\}$. Ergänzen Sie die fehlenden Angaben in der folgenden Tabelle:

	$A = 0$		$A = 1$		$P[C]$
	$B = 0$	$B = 1$	$B = 0$	$B = 1$	
$C = 0$?	0.2	?	0.5	?
$C = 1$	0.05	?	0.1	?	?
$P[A, B]$?	?	?	?	
$P[A]$?		0.65	
$P[B]$?			0.7	