

Aufgabenblatt 3

Für die folgenden Aufgaben sind die Matrizen

$$\mathbf{A} := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} := \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{E} := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{F} := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

gegeben.

1. Ist \mathbf{B} die Inverse von \mathbf{A} ? Begründen Sie Ihre Antwort.
2. Ist die Matrix \mathbf{C} invertierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.
3. Es sei $\mathbf{D} = \text{diag}(6, 3, 4, 2)$. Berechnen Sie \mathbf{D}^{-1} .
4. Berechnen Sie die Inverse der Matrix \mathbf{F} . Wenn Sie diese Aufgabe unter Zuhilfenahme des Computers berechnen, geben Sie bitte die erforderlichen Programmzeilen an. Für Berechnungen mit der Hand ist der vollständige Lösungsweg darzustellen.
5. Sind die Spaltenvektoren von $\mathbf{D} = \text{diag}(6, 3, 4, 2)$ linear abhängig oder unabhängig? Begründen Sie Ihre Antwort.
6. Berechnen Sie $\det(\mathbf{E})$ und $\det(\mathbf{C})$. Wenn Sie diese Aufgabe unter Zuhilfenahme des Computers berechnen, geben Sie bitte die erforderlichen Programmzeilen an. Für Berechnungen mit der Hand ist der vollständige Lösungsweg darzustellen.

derlichen Programmzeilen an. Für Berechnungen mit der Hand ist der vollständige Lösungsweg darzustellen.

7. Erklären Sie den Unterschied zwischen der zusammengefassten Geburtenziffer eines Jahres t (TBR_t) und der endgültigen Geburtenrate einer Kohorte $C_{t_0}^f$ ($\bar{\gamma}_{t_0, \tau_b}$).
8. Unter www.stat.rub.de/teaching.html finden Sie die Dateien „bev39“ und „bev66“. Die Datei „bev39“ enthält in der 2. Spalte die kumulierten Geburtenraten der Quasi-Kohorten 1930-1959, multipliziert mit 1000. Kumuliert wurde vom Alter 15 bis 40, d.h. Sie finden dort die Werte $\bar{\gamma}_{t_0, 40} * 1000$ für $C_{1930} - C_{1959}$. In der 2. Spalte der Datei „bev66“ sind die zusammengefassten Geburtenziffern für die Jahre 1950-99 dargestellt ($TBR_t = \sum_{\tau=15}^{40} \beta_{t, \tau} * 1000$).

Erstellen Sie eine Graphik, in der Sie sowohl die Entwicklung der zusammengefassten Geburtenziffern für die Jahre 1950-99 als auch die der kumulierten Kohortengeburtensraten darstellen.

Die Darstellung sollte so erfolgen, dass ein Bezug zwischen den kumulierten Kohortengeburtensraten und der Kalenderzeitachse (X-Achse) vorhanden ist.

9. Betrachten Sie noch einmal die Definition der zusammengefassten Geburtenziffer und die der kumulierten Kohortengeburtensrate. Erklären Sie, warum in Ihrer Graphik größere Schwankungen für den Verlauf der zusammengefassten Geburtenziffern als für den der kumulierten Kohortengeburtensraten festzustellen sind.

ABGABETERMIN: 4.6.2005