

Aufgabenblatt 2

Gegeben sind folgende Spaltenvektoren:

$$\mathbf{n}_t^f := \begin{pmatrix} n_{t,1}^f \\ n_{t,2}^f \\ n_{t,3}^f \\ n_{t,4}^f \\ n_{t,5}^f \end{pmatrix} \quad \beta_t := \begin{pmatrix} \beta_{t,1} \\ \beta_{t,2} \\ \beta_{t,3} \\ \beta_{t,4} \\ \beta_{t,5} \end{pmatrix} \quad \mathbf{1}_5 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{diag}(\beta_t) := \text{diag}(\beta_{t,1}, \beta_{t,2}, \beta_{t,3}, \beta_{t,4}, \beta_{t,5})$$

Die Werte in den Zeilen von \mathbf{n}_t^f geben an, wie viele Frauen in einer von insgesamt fünf Altersklassen im Jahr t in einem bestimmten Land gelebt haben. Die Werte in den Zeilen von β_t geben die altersklassenspezifischen Geburtenziffern dieser Frauen im Jahr t wieder.

1. Berechnen Sie:

- $\text{diag}(\beta_t) \mathbf{n}_t^f$
- $\beta_t' \mathbf{n}_t^f$
- $\mathbf{1}_5' \beta_t$

und geben Sie eine inhaltliche Interpretation der Ergebnismatrizen an.

2. Im Jahr 2000 leben in einem Land 4 000 Frauen in einem Alter, das in die erste von insgesamt fünf Altersklassen fällt. Die Besetzungen der vier folgenden Altersklassen lauten: 5 000, 5 000, 6 000 und 5 000 Frauen. Zudem sind die altersklassenspezifischen Geburtenziffern in diesem Land für das Jahr 2000 bekannt. Für Frauen in der Altersklasse 1 ergab sich ein Wert von 0.0, für die folgenden Altersklassen: 0.35, 0.4, 0.5 und 0.0.

- Orientieren Sie sich an den Vektoren \mathbf{n}_t^f und β_t und stellen Sie die im Text angegebenen Werte mit zwei Vektoren \mathbf{n}_{2000}^f und β_{2000} dar.
- Konstruieren Sie einen Spaltenvektor \mathbf{b}_{2000} , in dessen Zeilen angegeben ist, wie viele Kinder im Jahr 2000 von Frauen der Altersklassen $\tau^* = 1, \dots, 5$ geboren wurden. Wie kann daraus berechnet werden, wie viele Kinder in diesem Land im Jahr 2000 insgesamt zur Welt kamen?
- Berechnen Sie die zusammengefasste Geburtenziffer TBR_{2000} .

3. In der folgenden Tabelle ist dargestellt, wie viele Frauen im Jahr 2004 im Land A und Land B in einem bestimmten Alter gelebt haben und wie viele Kinder diese Frauen 2004 zur Welt brachten:

Alterskl. τ^*	τ	LAND A		LAND B	
		$n_{2004,\tau^*}^{f,a}$	b_{2004,τ^*}^a	$n_{2004,\tau^*}^{f,b}$	b_{2004,τ^*}^b
1	0-14	5 000	0	15 000	0
2	15-24	6 000	300	40 000	2 100
3	25-34	8 000	3500	25 000	11 250
4	35-44	7 000	2500	35 000	12 600
5	45-50	5 000	270	50 000	2 000
6	50-65	6 000	0	40 000	0
7	65+	10 000	0	100 000	0

- Berechnen Sie die allgemeine Geburtenrate (GBR) für beide Länder unter der Annahme, dass $\tau_a = 15$ und $\tau_b = 50$.
- Berechnen Sie die altersspezifischen Geburtenziffern (β_{2004,τ^*}) für alle Altersklassen und beide Länder.
- Berechnen Sie die zusammengefassten Geburtenziffern (TBR) für beide Länder.
- Betrachten Sie nur die reproduktiven Jahrgänge und berechnen Sie für diese die Altersverteilungen,
d.h. $a_{2004,\tau^*} = \frac{n_{2004,\tau^*}^f}{n_{2004}^f}$ für $\tau^* = 2, \dots, 5$.
- Berechnen Sie eine standardisierte allgemeine Geburtenrate für das Land B, indem Sie die Altersverteilung von Land A zugrundelegen.

4. Betrachten Sie noch einmal die Aufgaben 1e, 3a, 3e und 6d auf dem ersten Aufgabenblatt. Geben Sie die Programmzeilen an, mit denen Sie diese Aufgaben mit dem Programm „R“ lösen würden.

ABGABETERMIN: 6.5.2005